

Project Wiskunde & Schoonheid

Wat is schoonheid? En waarom vinden we bepaalde dingen mooi? Wat is de Gulden Snede? En wat heeft die te maken met de Fibonacci-rij? Wat heeft wiskunde met schoonheid te maken? Kun je schoonheid vangen in formules? Over deze vragen gaat dit project.

Opdracht 1: Als opwarmertje krijg je 5 objecten te zien en/of te beluisteren. Zit er iets bij dat jij mooi vindt? Wat vind je er mooi aan? Welk object vind je echt heel lelijk? Hoe komt dat?

Object 1:

<http://www.blikopdewereld.nl/Ontwikkeling/images/stories/svkl1h3/piramide%20sv%20deel%201%20hfst%203.gif>



Object 2:

http://nl.wikipedia.org/wiki/Bestand:Weissenhof_photo_house_Le_Corbusier_south_side_Stuttgart_Germany_2005-10-08.jpg



Object 3:

[Gregory Sedoc in actie:](#)

Object 4:

[Hohe Messe van Bach](#)

Object 5: Prins Claus Plein bij Den Haag



Dit object vind ik mooi:

Wat ik er mooi aan vind:

Dit object vind ik lelijk:

Wat ik er lelijk aan vind:

Zoek nu een afbeelding of maak een digitale foto of zoek een filmpje van iets dat jij echt heel mooi vindt. Plaats de afbeelding hieronder en zet erbij wat je er zo mooi aan vindt.

Mijn object:

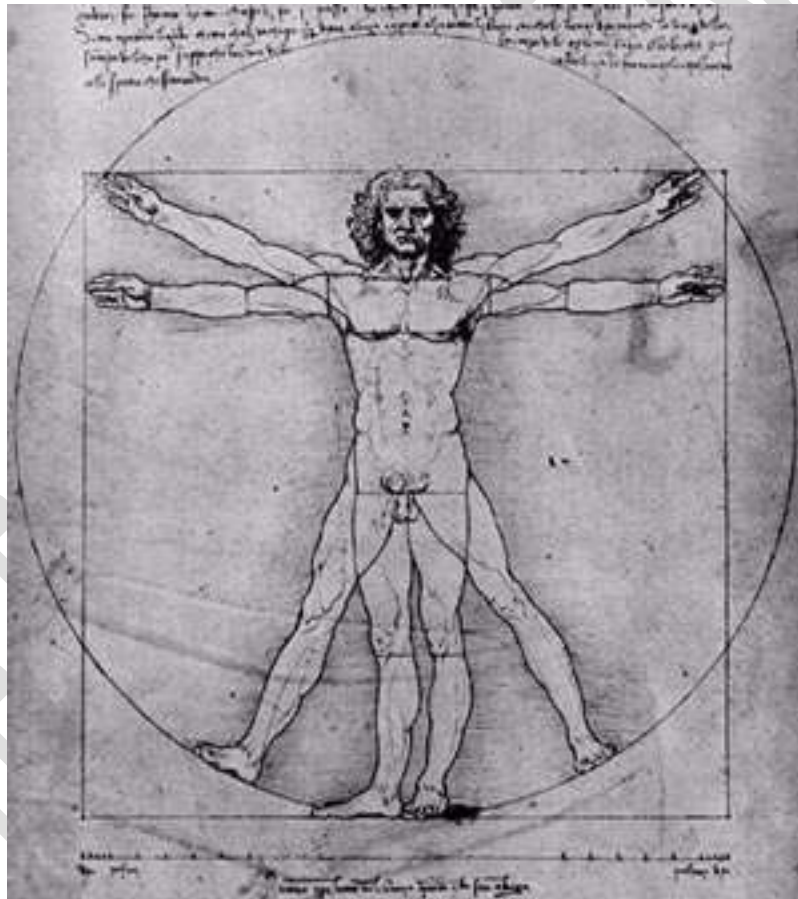
Wat ik er mooi aan vind:

Merk je dat het lastig is om uit te leggen waarom je iets mooi of lelijk vindt? Daar ben je dan niet de enige in! Al eeuwen houden mensen zich bezig met de vraag waarom iets mooi of lelijk is. Zit de schoonheid in het object zelf of zit de ervaring van schoonheid in de individuele mens? Zijn er regels te geven voor wat mooi is? In dit project vind je een wiskundige benadering van het begrip 'Schoonheid'.

In de wiskundige benadering van schoonheid leer je over de Gulden Snede en over de Fibonacci-reeks en de kritische geluiden hierbij. Je gaat sommen maken met deze wiskundige principes en ze toepassen op objecten die jij schoonheid toekent.

Veel plezier!

Lineke van Tricht



http://www.kennislink.nl/upload/173232_962_1182604928971-phi7.jpg Vitruvius-man, getekend door Leonardo Da Vinci, naar de regels van de architect Vitruvius.

Schoonheid en De Gulden Snede:

De Gulden Snede heeft een lange geschiedenis. Al omstreeks 300 voor Christus had de Griek Euclides het over 'de verdeling in uiterste en middelste reden'. Aan het eind van de Middeleeuwen en in de Renaissance sprak men over de Divina Proportia: de Goddelijke Verhouding. De naam 'Gulden Snede' is pas in de eerste helft van de 19e eeuw ontstaan.

Bij de Gulden Snede gaat het dus over verhoudingen:

Een lijn kun je verdelen in twee ongelijke delen. Neem een lijn van 10 cm. Die kun je verdelen in een stuk van 4 cm en 6 cm. De verhouding van het kleinste gedeelte tot het grootste gedeelte is dan 4 : 6 of 1 : 1,5. [want $6 = 1,5 \times 4$]. De verhouding van het grootste gedeelte tot het geheel is in dit voorbeeld 6 : 10 of 1 : 1,667 [want $10 = 1,667 \times 6$]. In dit voorbeeld zijn de verhoudingen ongelijk. De eerste verhouding is 1,5 en de tweede verhouding is 1,667. De Gulden Snede bereik je als je een lijn zo verdeelt dat beide verhoudingen gelijk zijn.

Opdracht 1:

Probeer de lijn uit het voorbeeld volgens de Gulden Snede te verdelen. Dus: hoe verdeel je een lijn van 10 cm zo, dat de verhouding van het kleinste lijnstuk tot het grootste lijnstuk hetzelfde is als de verhouding van het grootste lijnstuk tot het geheel. Op welke verhouding kom je nu? Deze verhouding noemen we de Gulden Snede en geven we aan met de Griekse letter ϕ .

Wat je nu geleerd hebt over de Gulden Snede is dit:

$$k : g = g : (k+g)$$

Deze formule kun je ook anders schrijven, zodat deze in een wat makkelijker vorm komt.

Opdracht 2: Maak van de verhouding van de Gulden Snede een kwadratische vergelijking en los die op voor $g:k$. Je kunt dat op je eigen manier doen óf door onderstaande stappen te volgen.

Stap 1: Schrijf de verhoudingen $k : g = g : (k+g)$ als breuk en maak er een formule van die gelijk is aan 0 door o.a. kruislings te vermenigvuldigen en alle variabelen te verplaatsen naar links. Vervolgens deel je alles door k^2 .



Stap 2: Je hebt nu de volgende formule:

$$g^2 = k^2 + kg \quad \text{en} \quad \left(\frac{g}{k}\right)^2 - \frac{g}{k} - 1 = 0$$

Deze los je op door de *ABC-formule* te gebruiken. Weet je niet meer (of nog niet) hoe die werkt, kijk dan op onderstaande link: <http://nl.wikipedia.org/wiki/Wortelformule>

Als het goed is, heb je dit gevonden:

$$\frac{g}{k} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} \approx 1,61803$$

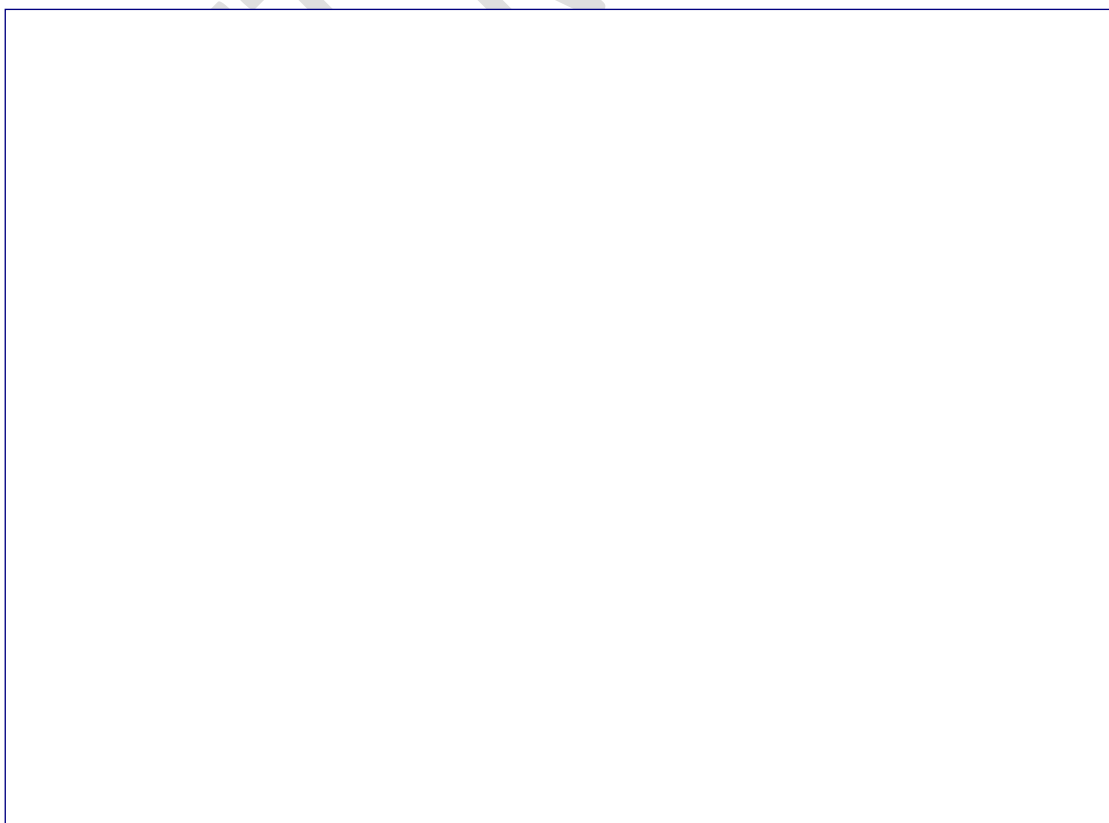
Overigens heb je ook nog een negatieve oplossing gevonden. Maar omdat het hier gaat om lijnstukken, voldoet de negatieve oplossing niet. Die laten we daarom verder buiten beschouwing.

Omdat je de Gulden Snede weergeeft met de Griekse letter ϕ , krijg je dus:

$$\phi = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$$

Daarbij kunnen k en g lijnen zijn, zoals in opdracht 1, maar ook oppervlakken of inhouden.

Opdracht 3: Pas de Gulden Snede nu toe op een oppervlak. Construeer een figuur waarin je de verhouding van de Gulden Snede toepast. Welke lengtes en breedte ga je gebruiken? Maak je figuur hieronder en laat zien hoe je de Gulden Snede hebt toegepast.





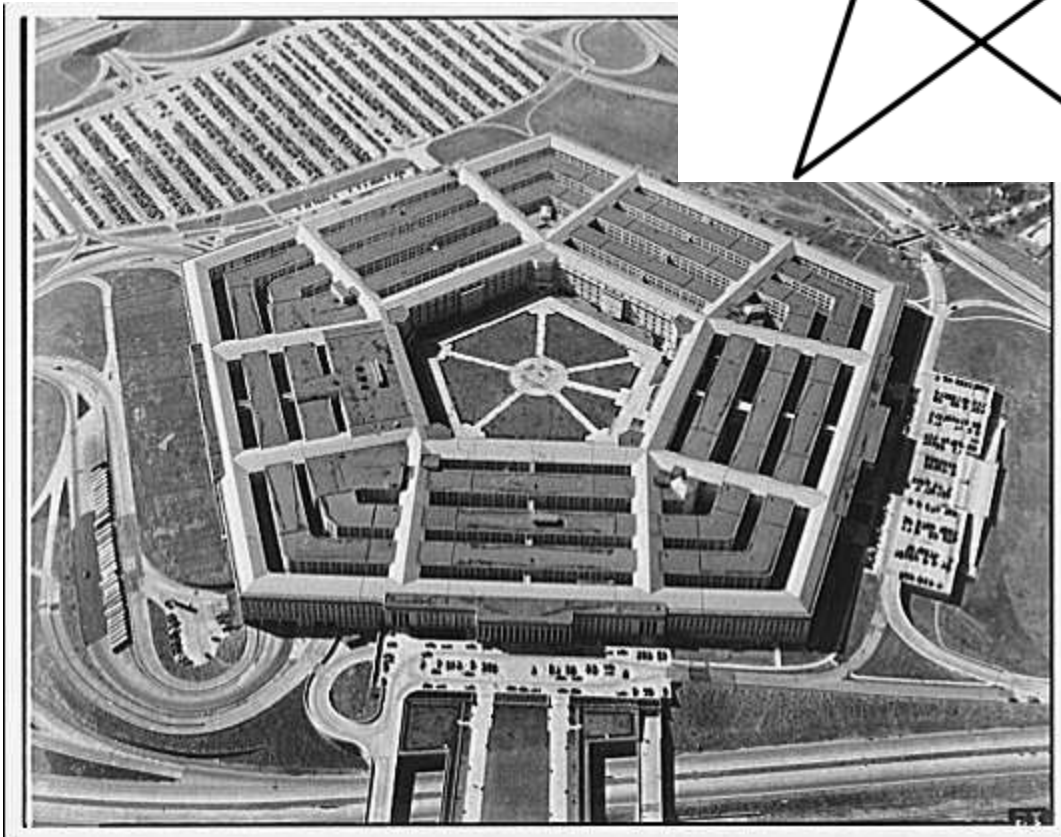
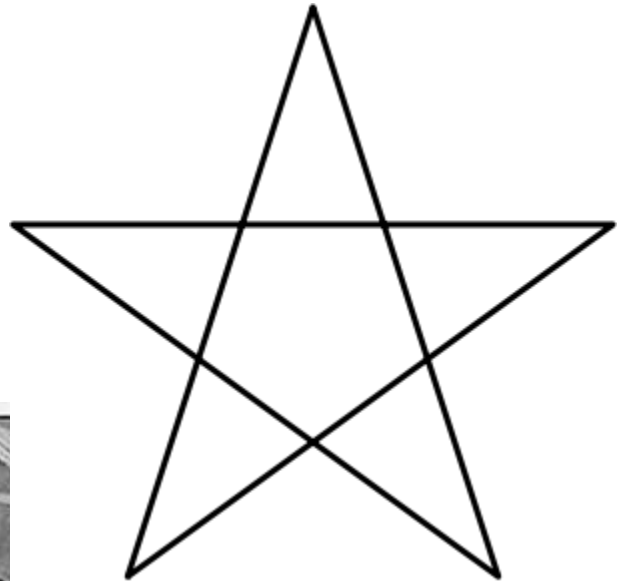
Verdiep je nu eerst eens verder in de Gulden Snede. Via onderstaande links kom je bij interessante artikelen over de Gulden Snede.

Over de Gulden Snede (wiskunde)

http://nl.wikipedia.org/wiki/Gulden_snede

<http://www.kennislink.nl/publicaties/het-geheim-van-de-gulden-snede>

Volgens Plato was het pentagram, of de vijfster, het symbool van volmaakte schoonheid. Genoeg reden om eens te oefenen met maken van een pentagram volgens de verhoudingen van de Gulden Snede! Ook het pentagon, de vijfhoek die je om het pentagram heen kunt maken, voldoet vervolgens aan de verhoudingen van de Gulden Snede. Kijk maar eens naar de afbeeldingen hieronder. De eerste is een pentagram, de tweede is een foto van het Pentagon in Washington. Je kunt je voorstellen dat je het pentagram kunt plaatsen in de vorm van het pentagon. Anders gezegd: als je de vijf punten van de ster met elkaar verbindt, krijg je een pentagon.



Lees hier meer over het pentagram:

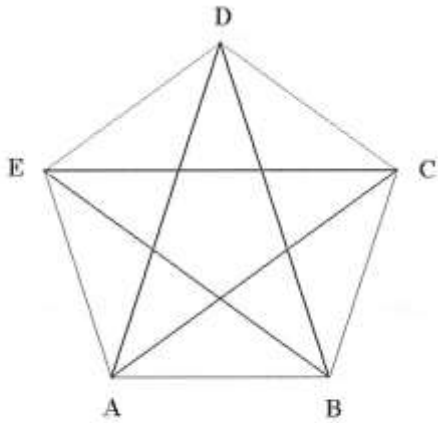
<http://nl.wikipedia.org/wiki/Pentagram>

Om een goed pentagram te maken, gebruik je de verhoudingen van de gulden snede. Door de opdracht hieronder te volgen, maak je je eigen perfecte pentagram en pentagon.

Opdracht 3:

Maak een Pentagram en Pentagon volgens de Gulden Snede met passer en liniaal. Om je te helpen het pentagram en pentagon te maken, kun je onderstaande stappen volgen en gaan puzzelen tot je een goed pentagram en pentagon hebt gemaakt. Als je dat niet nodig hebt, maak je zelf je pentagram

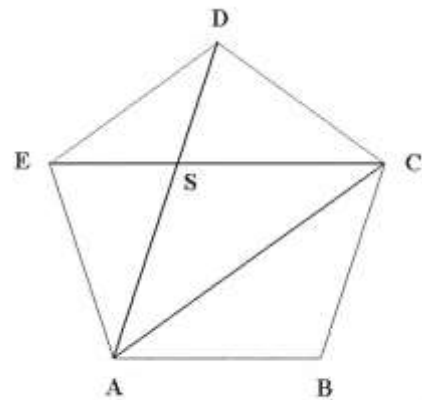
en pentagon.



Afbeelding 2.

- Kijk goed naar afbeelding 2. Ga na, door je passer te gebruiken in afbeelding 2, welke lijnen dezelfde lengte hebben. Schrijf ze hieronder bij elkaar op.

- Kijk nu naar afbeelding 3:



Afbeelding 3.

- In afbeelding 3 zie je het pentagon, maar een aantal lijnen van het pentagram mist. In dit pentagon zie je lijnstukken met drie verschillende lengtes: kort, midden, lang. Deel alle lijnstukken uit afbeelding 3 in onder het kopje kort, midden of lang. Controleer met je passer of de lijnstukken die je in dezelfde kolom zet, ook inderdaad dezelfde lengte hebben!

Kort	Midden	Lang

- Bekijk nu de symmetrie van de figuur in afbeelding 3. Welke lijn is evenwijdig met ED? En welke met AB? Wat zegt dit over driehoek ACS ten opzichte van DES? En hoe noem je figuur ABCS? Schrijf je antwoorden hieronder.

- Vierhoek ABCS is een parallellogram. Als je dat weet, weet je meteen dat 7 lijnstukken even lang zijn. Welke zijn dat? Geef in afbeelding 3 alle zijden met deze lengte een rode kleur.
- Je weet dat het pentagram en pentagon aan de regels van de Gulden Snede moeten voldoen. Tijd om te gaan rekenen. Stel de lengte van EC op 5cm. Reken nu de lengte uit van de midden en korte lijnstukken.

Kort	Midden	Lang
		5 cm

- Je hebt nu alle gegevens die je nodig hebt om het pentagram en de pentagon te tekenen. Gebruik je passer en liniaal om beide te construeren.

Mocht het je toch nog niet helemaal lukken, kijk dan nog even naar deze link:

<http://nl.wikipedia.org/wiki/Vijfhoek>

Keuze-Opdrachten Gulden Snede: Hieronder vind je 6 verschillende opdrachten waarin je op zoek gaat naar de Gulden Snede en/of bewijs levert dat de Gulden Snede wel/niet te vinden is. Kies één of meer opdrachten en werk ze uit op het werkblad. Mail je uitgewerkte opdracht naar info@bureautalent.nl. Ook voor hulp kun je mailen!

Keuze 1: Maak een tekening van een ruimtelijk figuur volgens de regels van de Gulden Snede. Geef de maten erbij en laat zien hoe je de Gulden Snede hebt toegepast. Hiervoor kun je de volgende link gebruiken: http://nl.wikipedia.org/wiki/Ruimtelijk_figuur

Keuze 2: Neem het object dat jij bij opdracht 1 had uitgekozen en bepaal of het object voldoet aan de regels van de Gulden Snede. Laat vervolgens zien door middel van berekeningen waarom het object wel/niet voldoet aan de regels van de Gulden Snede.

Keuze 3: Zoek een foto van een man of vrouw die jij erg knap vindt. Pas de regels van de Gulden Snede toe op het gezicht. Bepaal eerst hoe je de Gulden Snede gaat toepassen. Bijvoorbeeld: de afstand van kin tot neus in verhouding tot de afstand kin-kruin. Of de afstand kruin-ogen in verhouding tot de afstand kruin-kin. Of nog iets anders dat jij zelf verzint. Vind jij dat het gezicht voldoet aan de regels van de Gulden Snede? Leg uit waarom wel/niet.

Keuze 4: Zoek op wat de lengte is van één van de muren van het Pentagon in Washington. Op de foto op pagina 7 zie je midden-onder een vierkant. Zoek uit wat de maten zijn van dat vierkant. Reken vervolgens uit hoelang de zijden zijn van de vijfhoek die de binnentuin vormt. Gebruik de informatie in deze link: [http://nl.wikipedia.org/wiki/Pentagon_\(Verenigde_Staten\)](http://nl.wikipedia.org/wiki/Pentagon_(Verenigde_Staten)) Teken het Pentagon nu schematisch en op schaal na en zet de juiste maten erbij. Óf maak een maquette.

Keuze 5: De Gulden Snede en het menselijk lichaam. Zoek een foto van een man of vrouw die jij erg mooi vindt. Onderzoek of het lichaam van deze man of vrouw verhoudingen van de Gulden Snede in



zich draagt. Bepaal eerst naar welke verhoudingen je wilt kijken. Bijvoorbeeld: de verhouding tussen de afstand kruin-heupen en de afstand kruin-voeten. Je kunt deze opdracht ook met zijn tweeën doen. Je meet dan verschillende afstanden bij elkaar en gaat daarna rekenen.

Keuze 6: Maak een foto van een gebouw dat jij erg mooi vindt óf zoek een foto van dat gebouw op het internet op. Zoek uit wat de maten zijn van het gebouw. Ga nu op zoek naar de Gulden Snede. Kun jij die goddelijke verhouding terugvinden in het gebouw? Toon dit aan door middel van berekeningen en geef er uitleg bij.

Dit was de Demo-versie van het project Schoonheid & Wiskunde. In de echte versie gaat het nu verder met de Fibonacci rij en Penrose tegels. Wil je het hele project doen? Neem dan contact met ons op.